

T.C.
GÜMÜŞHANE ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK VE DOĞA BİLİMLERİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ DENEYLER II DERSİ

İÇ BASINÇ ETKİSİNDEKİ İNCE CİDARLI SİLİNDİRLERDE GERİLME ANALİZİ
DENEYİ

ÖĞRENCİ NO :

AD SOYAD :

DENEY SORUMLUSU : ÖĞR. GÖR. DR. UĞUR ERSOY

DEĞERLENDİRME :

İÇ BASINÇ ETKİSİNDEKİ İNCE CİDARLI SİLİNDİRLERDE GERİLME ANALİZİ DENEYİ

1. DENEYİN AMACI

Bütün mühendisler, gerilmenin standart şekilli yapılardaki etkilerini, kısmen de olsa tahmin etmek zorundadırlar. Bu sayede yapacakları tasarımlarda, doğru tip ve kalınlıkta malzeme seçebilmeleri de mümkün olmaktadır. Bu deneyde de öğrenciler, iç basınç etkisindeki ince cidara sahip bir silindirin yüzeyindeki şekil değişimlerini inceleyeceklerdir.

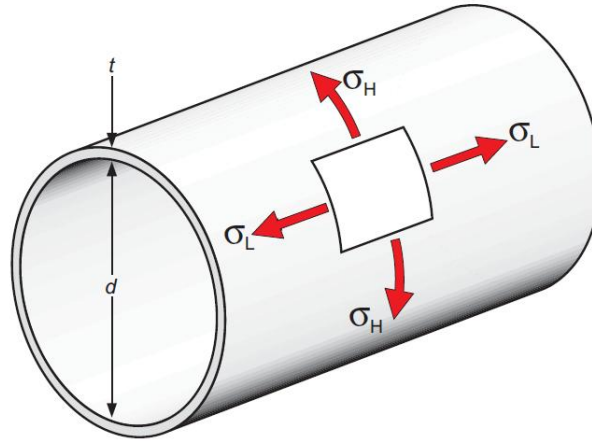
Bu incelemeler, günümüz mühendislik tasarımlarında kullanılan basınçlı borular, uçak gövdeleri, basınçlı gaz tankları vb. mühendislik uygulamalarına benzemekte ve bu sayede öğrencilerin teorik bilgilerini pratikte nasıl kullanabileceklerine ışık tutmaktadır.

2. İNCE CİDARLI SİLİNDİRDEKİ GERİLMELER

Her iki ucu da kapalı bir ince cidarlı silindire toplam 3 gerilme uygulanabilir. Bunlar;

1. **Boyuna (eksenel) gerilmeler:** Silindirin uzunluğu boyunca etkir.
2. **Çevresel gerilmeler:** Silindirin çapı etrafında oluşan gerilmelerdir.
3. **Radyal gerilmeler:** Silindirin duvarlarındaki basınçtır. İç tarafta yağın basıncına eşit, dış tarafta ise sıfırdır.

Şekil 1’de görülen eksenel (σ_L) ve çevresel (σ_H) gerilmeler, iç basınç ve silindir çapının, cidar kalınlığına oranı ile doğru orantılıdır. Radyal gerilme ise sadece iç basınç ile bağlantılıdır. Geometrik özelliklerden ötürü, ince cidarlı bir silindirde eksenel ve çevresel gerilmeler, radyal gerilmeden çok daha büyük ve önemlidir. Bu yüzden ince cidarlı silindirlerdeki radyal gerilmeler, temel hesaplamalarda göz ardı edilir.



Şekil 1. İnce cidarlı silindirdeki gerilmeler

Söz konusu gerilmeler aşağıdaki denklemler ile hesaplanır.

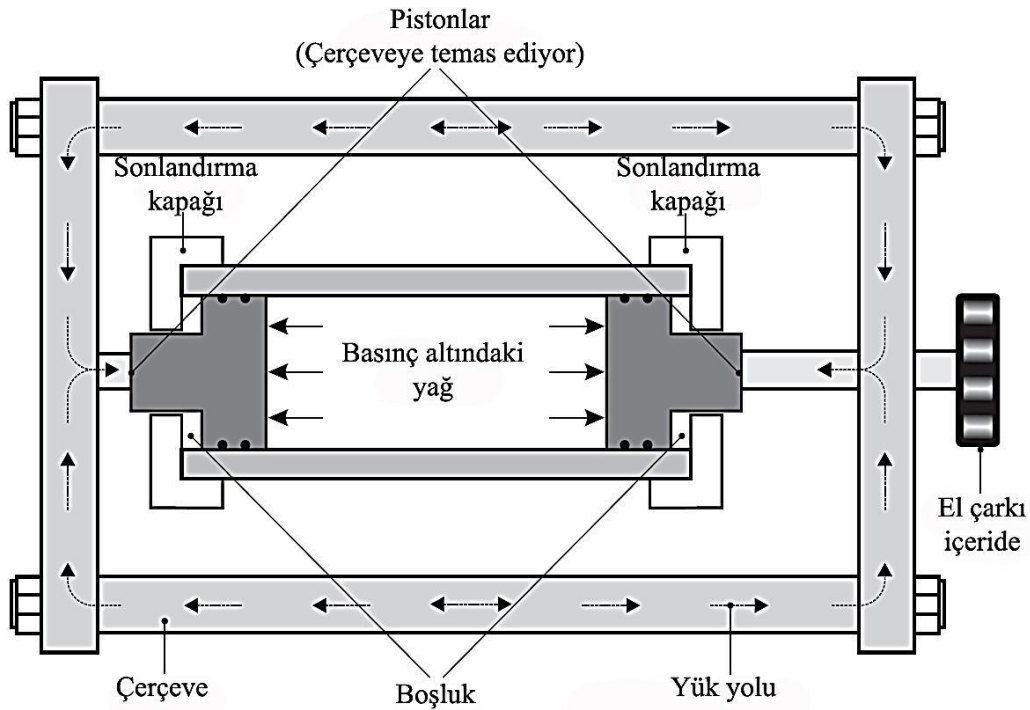
$$\sigma_H = \frac{p \cdot d}{2 \cdot t} \quad (1)$$

$$\sigma_L = \frac{p \cdot d}{4 \cdot t} \quad (2)$$

Deney düzeneğindeki bir el çarkı yardımıyla silindir açık veya kapalı uç konumuna getirilmektedir.

2.1. Açık Uç Durumundaki Gerilmeler

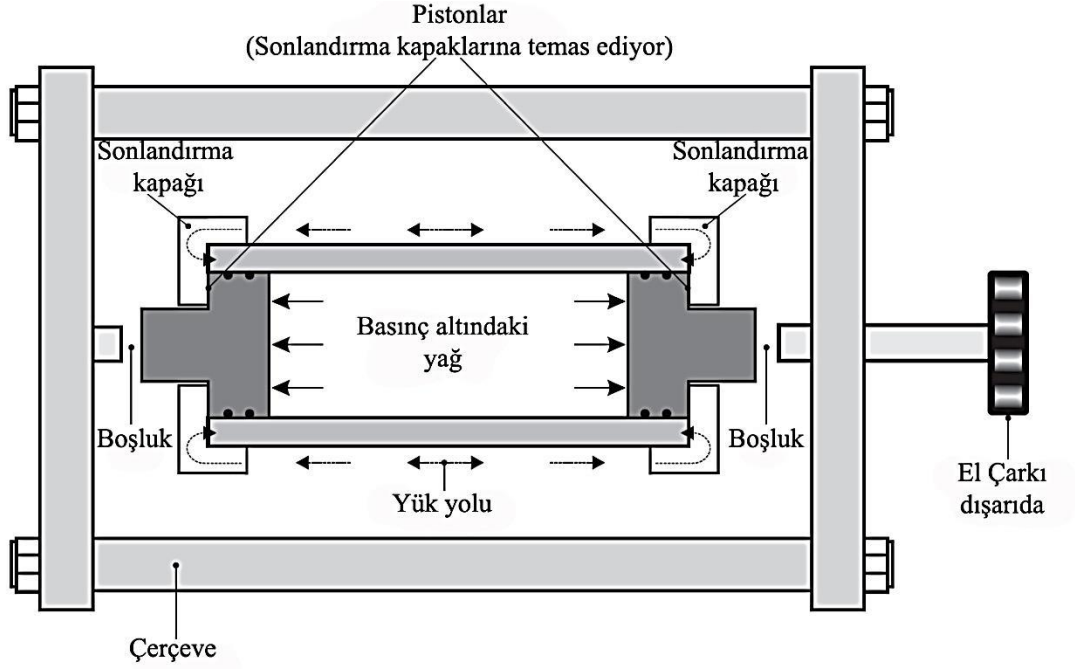
Sistemdeki el çarkı, Şekil 2’de görüldüğü gibi çark pistonla temas edecek şekilde çevrilir. Bu şekilde aksel gerilmeler, sistemdeki çerçeveye aktarılır. Silindir gövdesinde herhangi bir aksel gerilme oluşmaz.



Şekil 2. Açık Uç Konumu

2.2. Kapalı Uç Durumundaki Gerilmeler

Sistemdeki el çarkı, çark pistonla temas etmeyecek şekilde çevrilir. Bu şekilde pistonlar, sonlandırma kapaklarına temas eder ve aksel gerilmeler, silindirin duvarına (cıdarına) aktarılır. Silindir gövdesinde aksel gerilmeler de oluşur.

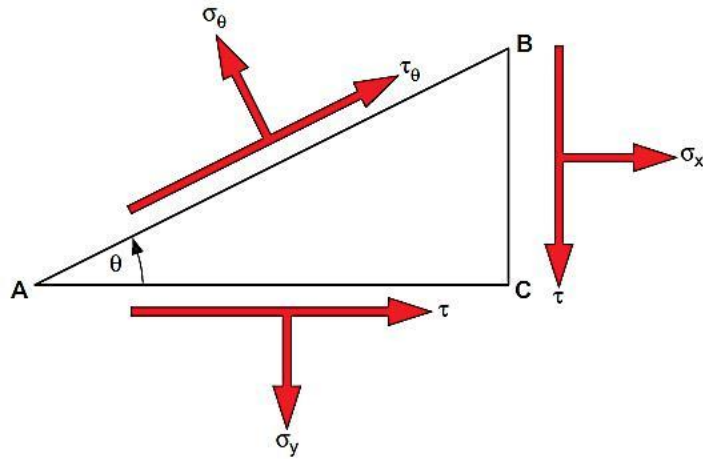


Şekil 3. Kapalı Uç Konumu

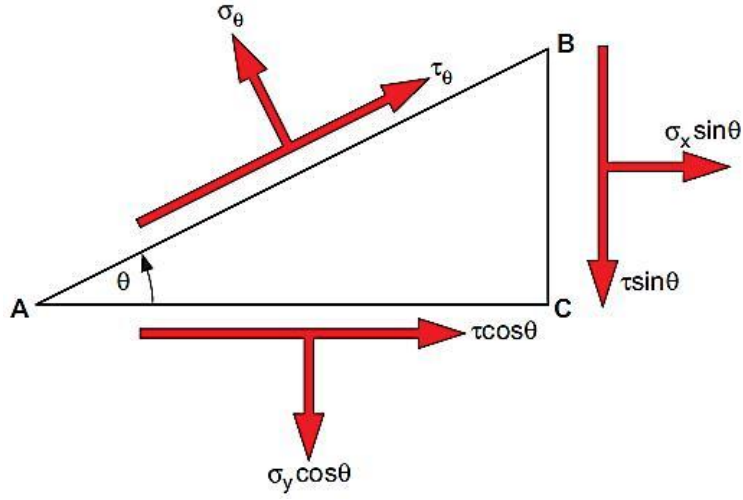
3. TEORİK ALTYAPI

3.1. 2 Boyutlu Gerilme ve Kuvvetler

Şekil 4 ve 5'te iki boyutlu bir malzemenin küçük bir parçasında oluşan gerilme ve kuvvetler görülmektedir.



Şekil 4. 2 boyutlu gerilme sistemindeki gerilme diyagramı



Şekil 5. 2 boyutlu gerilme sistemindeki kuvvet diyagramı

Şekil 5'te görülen malzemenin birim alana sahip olduğu kabul edilirse, σ_θ gerilmesi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\sigma_\theta = (\sigma_y \cos \theta) \cos \theta + (\sigma_x \sin \theta) \sin \theta + (\tau \cos \theta) \sin \theta + (\tau \sin \theta) \cos \theta$$

$$\sigma_\theta = \sigma_y (\cos^2 \theta) + \sigma_x (\sin^2 \theta) + 2 \tau (\sin \theta \cos \theta)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_y \frac{(1 + \cos 2\theta)}{2} + \sigma_x \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2} + \tau \sin 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{(\sigma_y + \sigma_x)}{2} + \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \cos 2\theta + \tau \sin 2\theta \quad (3)$$

Benzer şekilde τ_θ gerilmesi de aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\tau_\theta = (\sigma_y \cos \theta) \sin \theta - (\sigma_x \sin \theta) \cos \theta + (\tau \sin \theta) \sin \theta - (\tau \cos \theta) \cos \theta$$

$$\tau_\theta = \sigma_y \frac{\sin 2\theta}{2} - \sigma_x \frac{\sin 2\theta}{2} + \tau \sin^2 \theta - \tau \cos^2 \theta$$

$$\tau_\theta = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \sin 2\theta - \tau \cos 2\theta \quad (4)$$

3.1.1. Asal Düzlemler

Önceki bölümde hesaplanan eğik düzlemdeki kayma gerilmesi denklemine bakıldığında, θ değerine bağlı olarak kayma gerilmesinin, bazı θ değerlerinde sıfır değerini alacağı açıktır. İşte bu kayma gerilmesinin sıfır olduğu θ değerine sahip düzlemlere *Asal Düzlemler* adı verilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

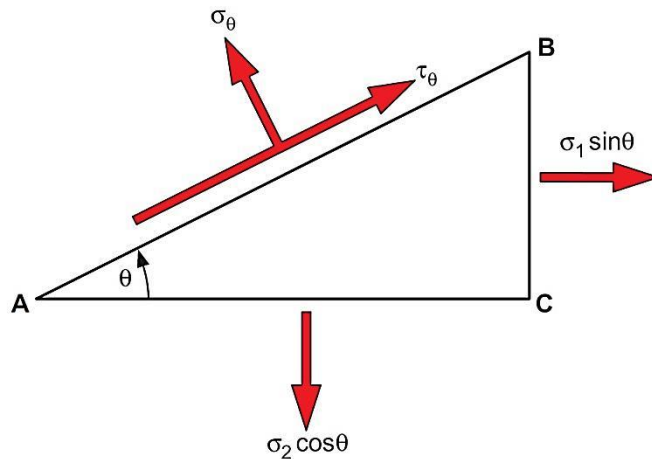
$$0 = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \sin 2\theta - \tau \cos 2\theta$$
$$\tau \cos 2\theta = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \sin 2\theta$$
$$\tau = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \tan 2\theta \quad (5)$$

3.1.2. Asal Gerilmeler

Bir cismin asal düzlemlerindeki gerilmeler, düzleme diktir ve Asal Gerilmeler olarak adlandırılır. Denklem 3 kullanılarak aşağıdaki şekilde hesaplanırlar.

$$\sigma_\theta = \frac{(\sigma_y + \sigma_x)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (6)$$

Asal gerilmeler, bir sistemde oluşabilecek en büyük ve en küçük normal gerilmelerdir.



Şekil 6. Bir eleman için kuvvet diyagramı

Şekil 6'ya bakıldığında BC ve AC'nin asal düzlemler olduğu kabul edilirse, kayma gerilmesi sıfır olarak alındığında denklem 7'de σ_1 ve σ_2 asal gerilmeleri ortaya çıkmaktadır.

$$\tau_{\theta} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{2} \sin 2\theta \quad (7)$$

Denklem 7'ye göre en büyük kayma gerilmesi değerin $\Theta = 45^\circ$ 'de ortaya çıkacağı açıktır. Bu durumda en büyük kayma gerilmesi, denklem 8 veya 9 kullanılarak hesaplanabilir.

$$\tau_{\theta} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{2} \quad (8)$$

$$\tau_{\theta} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (9)$$

3.2. Asal Şekil Değişimleri

Bir silindirde maksimum ve minimum şekil değişimleri birbirine dik olup, asal şekil değişimleri olarak adlandırılırlar. İnce cıdarlı bir silindirde ise bu şekil değişimleri, *en büyük eksenel* ve *en büyük çevresel şekil değişimleri* olarak adlandırılırlar.

3.2.1. Açık Uç Konumunda Asal Gerilmeler

İnce cıdarlı silindir eğer açık uçlu konumda ise iç basınçtan ötürü çevresel gerilme; çevresel gerilme den ötürü de çevresel şekil değişimi meydana gelir. Silindirin uçları açık olduğu için de eksenel şekil değişiminin oluşması beklenmez. Buna karşın Poisson etkisinden ötürü bası yönünde bir şekil değişimi meydana gelir.

Hooke kanunu gereğince açık uçlu konumdaki asal şekil değişimleri, aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\varepsilon_{H_0} = \frac{\sigma_{H_0}}{E} \quad (\text{direkt olarak çevresel gerilme nedeniyle oluşur}) \quad (10)$$

$$\varepsilon_{L_0} = \frac{-\nu \cdot \sigma_{H_0}}{E} \quad (\text{Poisson etkisinden ötürü dolaylı olarak oluşur}) \quad (11)$$

3.2.2. Kapalı Uç Konumunda Asal Gerilmeler

Önceki konuda bir silindirdeki çevresel gerilmenin, Poisson etkisinden ötürü dolaylı olarak bir eksenel şekil değişimi oluşturduğu açıklanmıştır. Aynı sebepten ötürü, kapalı uç konumunda oluşan eksenel gerilme de, dolaylı olarak bir çevresel şekil değişimi meydana

getirir. Eksenel olarak uzayan bir silindirin çapında da daralma meydana gelecektir. Kapalı uç konumunda meydana gelen asal ekil değişimlerinin hesaplanmasında süperpozisyon yöntemi kullanılır.

Özetlersek, çevresel ve eksenel olarak her gerilme durumuna ilişkin ekil değişimleri kendi içerisinde izole edilerek ayrı ayrı hesaplanıp daha sonra toplandığında iki eksenli sistemler için asal ekil değişimleri elde edilebilir. Şöyle ki;

$$\text{ekil değişimi} = \text{Gerilme} / \text{Young Modülü}$$

ve

$$\text{Asal Çevresel ek.Deę.} = \text{Çevresel ek.Deę.} + \text{Poisson oranı} \cdot \text{Eksenel ek.Deę.}$$

ve

$$\text{Asal Eksenel ek.Deę.} = \text{Eksenel ek.Deę.} + \text{Poisson oranı} \cdot \text{Çevresel ek.Deę.}$$

olarak yazılabilir. Matematiksel olarak ifade etmek gerekirse;

- Çevresel gerilme çevresel ekil deęiřimine neden olacaktır:

$$\varepsilon_H = \sigma_H / E$$

- Eksenel gerilme Poisson etkisi sebebiyle eksenel ekil deęiřimine neden olacaktır:

$$\varepsilon_L = -\nu \cdot \sigma_H / E$$

- Aynı zamanda eksenel gerilme de eksenel ekil değişimine neden olacaktır:

$$\varepsilon_L = \sigma_L / E$$

- Çevresel gerilme Poisson etkisi sebebiyle çevresel ekil deęiřimine neden olacaktır:

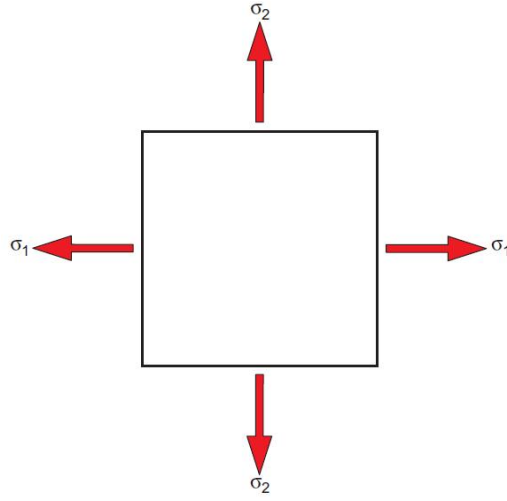
$$\varepsilon_H = -\nu \cdot \sigma_L / E$$

Sonuç olarak kapalı uç konumunda asal ekil değişimleri aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanır.

$$\varepsilon_{Hc} = \frac{\sigma_H - \nu \sigma_L}{E} \quad (12)$$

$$\varepsilon_{Lc} = \frac{\sigma_L - \nu \sigma_H}{E} \quad (13)$$

3.3. MOHR Çemberi



Şekil 7. Bir elemandaki asal gerilmeler

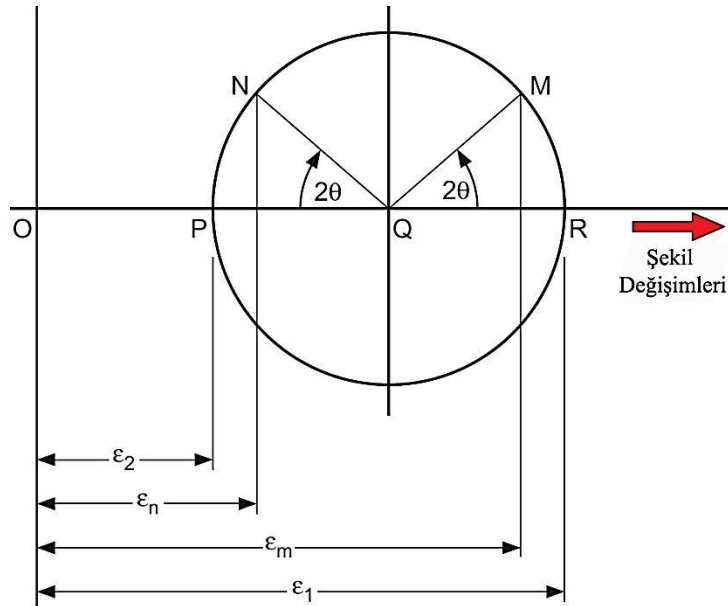
σ_1 yönündeki şekil değişimi :

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_2}{E} \quad (14)$$

σ_2 yönündeki şekil değişimi :

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu \cdot \sigma_1}{E} \quad (15)$$

ε_1 ve ε_2 asal şekil değişimleri olup Mohr çemberini oluşturmada kullanılabilir.



Şekil 8. Şekil Değişimi için Mohr Çemberi

Şekil 8'e göre;

|OR| = Maksimum asal şekil değişimi

|OP| = Minimum asal şekil değişimi

Q = Çemberin merkezi

$$\begin{aligned}\varepsilon_m &= \varepsilon_2 + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta \\ \varepsilon_m &= \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta\end{aligned}\tag{16}$$

Benzer şekilde;

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \varepsilon_2 + \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) - \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}\right) \cos 2\theta \\ \varepsilon_m &= \left(\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2}\right) \cos 2\theta\end{aligned}\tag{17}$$

4. DENEYLER

4.1. Açık Uçlu Silindir Deneyi

Açık uç konumunda aşağıdaki hedeflere ulaşılması gerekmektedir.

- Açık uçlu konumda uzama rozetlerinin lineerliği görme;
- Silindir malzemesine ait çevresel gerilme ve şekil değişim ilişkisini görme;
- Silindir malzemesine ait eksenel ve çevresel şekil değişim ilişkisini (Poisson oranı) görme;
- Mohr çemberini çizme ve okuma.

Tablo 1. Açık Uçlu Silindire ait okunan değerler

Okuma	Basınç (MN/m ²)	Çevresel Gerilme (MN/m ²)	Şekil Değişimi					
			Rozet 1	Rozet 2	Rozet 3	Rozet 4	Rozet 5	Rozet 6
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
3 MN/m ² için Mohr çemberinde hesaplanan değerler								
3 MN/m ² için Mohr çemberinde hesaplanan teorik değerler								

4.1.1. İstenen Sonuçlar

- 1) Şekil değişimi – Basınç grafiği çizilmelidir. Düşey eksen de şekil değişimleri, yatay eksen de silindir basıncı yer almalıdır.
- 2) Denklem 1'e göre her basınç için silindirin çevresel gerilmesini hesaplanmalıdır.
- 3) 1. ve 6. rozetlerden alınan sonuçlar irdelenerek çevresel gerilme (düşey eksen) ile çevresel şekil değişimi (yatay eksen) grafiği çizilmelidir.

- 4) Silindirin elastisite modülü hesaplanmalıdır.
- 5) Eğer silindir malzemesi çelik olsaydı aynı gerilme değerlerindeki şekil değişimlerinin nasıl olacağı irdelenmelidir.
- 6) 2. rozetin okuduğu değerin negatif oluşunun irdelenmesi yapılmalıdır. rozet 2'den alınan eksenel şekil değişimi (düşey eksen) ile 1. ve 6. rozetlerden alınan çevresel şekil değişimlerinin (yatay eksen) grafiği çizilerek irdelenmesi yapılmalıdır.
- 7) Poisson oranı hesaplanmalıdır.
- 8) En büyük test basıncı olan 3 MPa değerinde 1. ve 6. rozetlerden ölçülen değerler kıyaslanmalıdır. Bu değerler ile 2. rozetten alınan değer kullanılarak Mohr çemberi çizilmelidir.
- 9) Mohr çemberinden 60° 'ye yerleştirilen 5. rozetin okuması gereken değer hesaplanarak, cihazdan okunan değer ile karşılaştırılmalıdır. Aynı şekilde yine Mohr çemberinden okunan 30° ve 45° 'deki değerler ile cihazdan aynı açılara denk gelen rozetlerden okunan değerler karşılaştırılmalıdır.
- 10) Mohr çemberinde, çember üzerindeki 30° ve 45° 'deki noktalardan, çemberin düşey eksenine doğru yatay çizgiler çizilmelidir. Bu değerler kayma şekil değerleridir. Bu değerler yardımıyla denklem 7, 8 ve 9 yardımıyla maksimum kayma gerilmesini hesaplayınız.
- 11) Föyün en son sayfasında deney cihazına ait teknik veriler verilmiştir. Bu verileri kullanarak (Poisson oranı ve Young Modülü) denklem 10 ve 11 yardımıyla teorik olarak 3 MPa basınçtaki asal şekil değişimleri hesaplanmalıdır. Bulunan sonuçlar Tablo 1'deki alt satırlara yazılmalıdır.
- 12) Madde 11'de bulunan sonuçlar ile daha önceden çizilen Mohr çemberi üzerine farklı bir renkte ikinci bir Mohr çemberi çizilerek her iki çember karşılaştırılır. Farklar veya benzerlikler irdelenir.

4.2. Kapalı Uçlu Silindir Deneyi

Bu deneyde açık uç konumunda kazanılan tecrübeyi, gerçeğe daha yakın bir uygulama olan iki eksenli gerilme hesabında kullanma hedeflenmektedir.

Tablo 2. Kapalı Uçlu Silindire ait okunan değerler

Okuma	Basınç (MN/m ²)	Çevresel Gerilme (MN/m ²)	Şekil Değişimi					
			Rozet 1	Rozet 2	Rozet 3	Rozet 4	Rozet 5	Rozet 6
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
3 MN/m ² için Mohr çemberinde hesaplanan değerler								
3 MN/m ² için Mohr çemberinde hesaplanan teorik değerler								

4.2.1. İstenen Sonuçlar

- 1) Şekil değişimi – Basınç grafiği çizilmelidir. Düşey eksen de şekil değişimleri, yatay eksen de silindir basıncı yer almalıdır.
- 2) 3. rozette elde edilen şekil değişimleri Açık Uçlu Silindirde elde edilen değerler ile kıyaslanır.
- 3) 2. rozette elde edilen değerlerin pozitif çıkmasının sebebi irdelenir.
- 4) Denklem 1'e göre her basınç için silindirin çevresel gerilmesini hesaplanmalıdır.
- 5) 1., 6. ve 2. rozetlerden alınan sonuçlar kullanılarak Mohr çemberi çizilmelidir.
- 6) Çizilen Mohr çemberi 3., 4. ve 5. rozetlerden elde edilen değerleri önceden tahmin edip edemeyeceğinin irdelemesi yapılmalıdır.
- 7) Kapalı uç ve açık uç silindir deneylerinde, silindir çapının nasıl değiştiğini irdeleyiniz.
- 8) Föyün en son sayfasında deney cihazına ait teknik veriler verilmiştir. Bu verileri (Poisson oranı ve Young Modülü), asal şekil değişimleri denklemleri olan denklem 12 ve 13 ile birlikte kullanarak, 3 MPa basınçta bulunan çevresel gerilme değeri yardımıyla, teorik asal şekil değişimleri hesaplanmalıdır. Bulunan sonuçlar Tablo 2'deki alt satırlara yazılmalıdır.

- 9) Madde 8’de bulunan sonuçlar ile daha önceden çizilen Mohr çemberi üzerine farklı bir renkte ikinci bir Mohr çemberi çizilerek her iki çember karşılaştırılır. Farklar veya benzerlikler irdelenir.

5. SİLİNDİRE AİT TEKNİK ÖZELLİKLER

Deney cihazına ait teknik ve malzeme özellikleri Tablo 3’te verilmiştir.

Item	Details
Dimensions	370 mm high x 715 mm long x 380 mm front to back
Nett Weight	30 kg
Electrical Supply	85 VAC to 264 VAC 50 Hz to 60 Hz at 1 A
Operating Environment	Altitude up to 2000 m Temperature range 5°C to 40°C Maximum relative humidity 80% for temperatures up to 31°C, decreasing linearly to 50% relative humidity at 40°C Overvoltage category 2 (as specified in EN61010-1). Pollution degree 2 (as specified in EN61010-1).
Fuse	20 mm 6.3 A Type F
External Connections	VDAS socket - Extra Low Voltage (less than 25 VDC) communications. Pressure sensor - Extra Low Voltage (less than 25 VDC) powered from optional VDAS interface.
Maximum Cylinder Pressure	3.5 MN.m ⁻² Set by a pressure relief valve on the Hand Pump.
Strain Gauges	Electrical resistance self-temperature compensation type
Cylinder Oil	Shell Tellus S2M32 or alternatives: • BP Energol HLP32 • Castrol Hyspin AWS32 • Mobil DTE Light
Total Oil Capacity	Approximately 2 litres
Cylinder Dimensions	80 mm internal diameter 359 mm length Wall thickness - as written on front of product*
Cylinder Material	Aged aluminium alloy 6063
Young’s Modulus (E)	69 GN/m ²
Poisson’s ratio	0.33